FONCTIONS RECI PROQUES

QCM :

1) $I=\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

2) $(f^{-1})'(\frac{1}{2})=\frac{1}{f'(\frac{\pi}{3})}=-\frac{2}{\sqrt{3}}$

3) f réalise une bijection de $[1,4]$ sur $[1,4]$

4) f est dérivable sur $]0,+\infty[$

VRAI-FAUX :

1) (faux)

Contre exemple : $f(x)=3-\frac{4x}{x^2+3}$

* f(1)=2
* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$
* f est dérivable sur $[1,+\infty[$
* $f'(x)=\frac{4(x^2-3)}{(x^2+1)^2}$

x	1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
f '(x)		-	0	+	
f(x)	2	↘	$3-\frac{2}{\sqrt{3}}$	↗	3

$f([1,+\infty[)=\left[3-\frac{2}{\sqrt{3}},3\right[$

2) (vrai)

* f(x)=ax+b ; $a\neq 0$

f '(x)=a

• si a>0 ; f continue et strictement croissante

f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$

• si a<0 ; f est continue et strictement décroissante

f : bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$

3) (faux)

$\sqrt[3]{16}>2$ car $16>2^3$

$\sqrt[4]{16}=2$

$\sqrt[4]{16}<\sqrt[3]{16}$

4) (vrai) pour $n\geq 2$

$f(x)=\sqrt[n]{x} \rightarrow f^{-1}(x)=x^n$

$(f^{-1})'(0)=0$

5) (faux)

contre exemple :

$f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$ $I=\mathbb{R}$

$f'(x)=1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$\lim\limits_{+\infty} f=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=0$

$f(I)=]0,+\infty[$

f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R})=]0,+\infty[$

$y=f^{-1}(x)\Leftrightarrow f(y)=x\Leftrightarrow y+\sqrt{1+y^2}=x$

$\Leftrightarrow\sqrt{1+y^2}=x-y\Leftrightarrow 1+y^2=x^2+y^2-2xy$

$\Leftrightarrow y=\frac{x^2-1}{2x}$

$f^{-1}(x)=\frac{x^2-1}{2x}$

f^{-1} ne garde pas un signe constant sur $]0,+\infty[$

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn